

УДК 336.71

В.М. Домрачев, канд. фіз.-мат. наук, доц., Національний банк України;
Dr. J.-F. Emmenegger, University of Fribourg, Switzerland;
Т.О. Бардадим, канд. фіз.-мат. наук,
Ю.П. Лаптін, канд. фіз.-мат. наук,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

МОДЕЛІ КОІНТЕГРУВАННЯ ЯК ЗАСІБ РОЗРОБКИ РИНКОВИХ СТРАТЕГІЙ

У статті розглянуто можливості застосування моделей коінтегрування при розробці ринкових стратегій та особливості вивчення залежностей між нестационарними динамічними рядами. Побудовано моделі коінтегрування для попарного порівняння відомих фінансових індексів та цін акцій ряду швейцарських банків.

Ключові слова: ряди динамічні, коінтегрування, нестационарність, коінтеграційна модель.

Постановка проблеми. Сучасна світова фінансова криза вимагає розробки антикризових заходів, в основі яких повинна бути стратегія протидії зовнішнім чинникам, які негативно впливають на українську економіку. Розробці моделей виявлення таких чинників присвячена запропонована робота.

Аналіз досліджень і публікацій. Відомо, що переважна більшість фінансових динамічних рядів є нестационарними [10], і це обмежує можливості побудови регресійних моделей: вони за умов нестационарності дають числові оцінки, які не відображають належним чином існуючі між числовими рядами залежності. Вперше на це звернув увагу Джордж Юл у 1926 р. і дав цьому явищу назву "помилкова регресія" (spurious regression) [8]. Запропонований Р. Енглем і Дж. Грейнджером [7] і названий коінтегруванням спосіб встановлення залежностей між нестационарними динамічними рядами виявився настільки ефективним, що авторам у 2003 р. була присуджена Нобелівська премія в галузі економіки.

Традиційно початковим пунктом практичного управління ризиками при формуванні портфеля є кореляційний аналіз доходів, які обчислюються на основі цін, ставок, надходжень тощо. У стандартних моделях, що зв'язують ризик і прибутковість, ці дані диференціюються ще перед початком аналізу, і така операція апріорі усуває в даних будь-які довгострокові тренди. Звичайно, тренди в неявному вигляді присутні в даних про доходи, але обґрунтувати рішення, основане на наявності загальних трендів в цінових даних, за допомогою стандартних моделей ризику-прибутковості неможливо. Коінтегрування – це засіб врахувати в моделі економічних даних загальні стохастичні тренди. Такі залежності необхідно враховувати в динамічних задачах управління ризиками, що дозволить формувати більш обґрунтовані керівні рішення.

Наведемо декілька прикладів можливих застосувань коінтеграційного моделювання у фінансових задачах. Насамперед існування залежностей варто очікувати між пов'язаними економічними показниками. Існують дослідження,

де встановлено зв'язок трьох і більше обмінних курсів [11]. Нижче буде проведено попарне порівняння відомих фінансових індексів. Інший напрямок – пов'язані товарні ринки. Очевидно, що повинна існувати залежність цін на окремі види палива і світових цін на нафтопродукти, залежність закупівельних цін на соняшник і ціни соняшникової олії. Такі залежності для цін борошна, хліба, макаронних виробів в Україні були знайдені в роботах [5-6]. Цікавий огляд аналогічних питань з відображенням специфічних рис деяких пов'язаних між собою товарних ринків можна знайти у [2]. Варто згадати також коінтегровані ринки активів. Ці й суміжні питання, щодо хеджування та ціноутворення опціонів, можна знайти в статті [1]. Відзначимо, що моделі коінтегрування не обмежуються лише лінійними залежностями між розглянутими рядами. Ряд цікавих нелінійних моделей та їхніх застосувань у макроекономіці й фінансах можна знайти в книзі [4].

Не вирішені раніше частини проблеми. Для економіки України не побудовані моделі, які попарно зв'язують нестационарні ряди індексу фондового ринку ПФТС та індексів Nasdaq, MSCI, EMBI, PTC.

Мета статті – побудувати моделі коінтегрування, які попарно зв'язують нестационарні ряди індексів фондового ринку: Nasdaq, MSCI і EMBI, ПФТС та PTC, а також залежності швейцарського ринкового індексу SMI (Swiss Market Index – обчислюється на основі цін самих ліквідних акцій найкрупніших підприємств на швейцарській фондовій біржі), швейцарського індексу продуктивності SPI (Swiss Performance Index – характеризує швейцарський фондовий ринок в цілому) та цін акцій найбільших швейцарських банків: Об'єднаного банку Швейцарії (United Bank of Switzerland), Кредит Свісс Груп (Credit Suisse Group), банку Юліуса Бера і банку фон Тобн. Для обчислень використовувалися програмні пакети RATS і CATS [4].

Виклад основного матеріалу. У даній статті розглядається підхід, розроблений для нестационарних динамічних рядів. Динамічний ряд називається *коваріаційно стаціонарним*, якщо його середнє та всі автоковаріації не залежать від зміни початку відліку часу. У подальшому будуть розглядатися нестационарні динамічні ряди, які після d диференціювань (коли замість початкового ряду розглядають ряд, складений із різниць сусідніх елементів цього ряду, і цю операцію повторюють d разів) стають стаціонарними. Такі ряди називають інтегрованими з порядком d та позначають $I d$.

Компоненти вектора $y_t = y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_n}$ є коінтегрованими з порядком d , якщо всі його компоненти є інтегрованими з порядком d , та існує вектор $\beta = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ такий, що лінійна комбінація $\beta_1 y_{t_1} + \beta_2 y_{t_2} + \dots + \beta_n y_{t_n}$ є стаціонарною. Вектор β називається коінтегруючим вектором. Цей вектор визначається з точністю до множника: якщо вектор β є коінтегруючим, то таким же буде і $\lambda \beta$ для будь-якого $\lambda \neq 0$. З цієї причини коефіцієнт при одній з компонент вектора y_t зазвичай вважають рівним одиниці. Всі компоненти

вектора y_t повинні мати однаковий порядок інтегрованості. Однак це не означає, що для будь-якого набору динамічних рядів з однаковим порядком інтегрованості буде існувати коінтегруючий вектор. Відсутність такого вектора вказує на відсутність довгострокової рівноваги між розглянутими рядами, і тому з часом вони можуть суттєво відхилятися один від одного. У літературі найчастіше досліджуються ряди, інтегровані з порядком $I(1)$. Причиною є те, що неінтегровані ряди $I(0)$ можна вивчати за допомогою традиційної регресії, а ряди з порядком інтегрованості, більшим за один, зустрічаються не дуже часто.

Як же впевнитися в існуванні коінтегруючого вектора? Існують два найбільш відомих підходи. Перший – це класична методика Енгла-Грейнджера [7], в якій застосовується “коінтегруюча регресія” до рядів однакового порядку інтегрованості та виконуються стандартні тести на стаціонарність непогодженості. Другий – метод Йохансена [9], заснований на дослідженні власних значень стохастичної матриці, що входить в опис моделі.

Ранг цієї матриці (який співпадає з кількістю її ненульових власних значень) дорівнює кількості наявних коінтегруючих векторів. Якщо розглянуті ряди не є коінтегрованими, то всі власні значення цієї матриці дорівнюють нулю. Перевірку того, яка кількість власних значень суттєво відрізняється від нуля, можна здійснити за допомогою статистик

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad \text{та} \quad \lambda_{max}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{i+1}), \quad (1)$$

де T – кількість використаних спостережень;

r – кількість коінтегруючих векторів;

$\hat{\lambda}_i$ – оцінені власні значення (що нумеруються в порядку зменшення).

У випадку попарного коінтегрування може існувати не більше одного коінтегруючого вектора.

Існують різні думки щодо того, яка методологія є кращою. Схоже, що це залежить від властивостей задачі, що розглядається. У даній роботі використовується методологія Йохансена, реалізована в програмних пакетах RATS і CATS [3].

У даній роботі побудовані коінтеграційні моделі, які попарно зв'язують нестационарні ряди індексів фондового ринку: Nasdaq, MSCI і EMBI, ПФТС і РТС, а також залежності швейцарського ринкового індексу SMI (*Swiss Market Index* – обчислюється на основі цін самих ліквідних акцій найкрупніших підприємств на швейцарській фондовій біржі), швейцарського індексу продуктивності SPI (*Swiss Performance Index* – характеризує швейцарський фондовий ринок в цілому) і цін акцій найбільших швейцарських банків: Об'єднаного банку Швейцарії (United Bank of Switzerland) – UBSN, Кредит Свісс Груп (Credit Suisse Group) – CSGN, банку Юліуса Бера (Jbaer) і банку фон Тобн (VtobN).

Насамперед були виконані тести Діккі-Фюллера та Філіппа-Перрона [3], за результатами яких стало цілком очевидно, що всі вказані ряди є інтегрованими з порядком 1. Для деяких з розглянутих пар показників коінтегрованість була встановлена лише для окремих періодів часу, а не для всього наявного інтервалу спостереження даних.

Побудовані коінтеграційні моделі. Результати для кожної з пар показників наведено в окремому пункті.

1. Показники ПФТС та РТС

Період: 1999:07:18 – 2008:10:23. Обчислення статистик (1) було проведено за допомогою пакета CATS [3]. Спочатку перевірялася гіпотеза $H_0 : r = 0$ (альтернатива – $H_1 : r = 1$). Оскільки $\lambda_{\max} = 13,77 > 10,29 = \lambda_{\max 90}$, а $\lambda_{\text{trace}} = 17,95 > 17,79 = \lambda_{\text{trace}90}$ (де $\lambda_{\max 90}$, $\lambda_{\text{trace}90}$ – критичні значення), гіпотеза H_0 відкидається. Далі перевіряється гіпотеза $H_1 : r = 1$. Оскільки $\lambda_{\max} = 4,18 < 7,50 = \lambda_{\max 90}$, а $\lambda_{\text{trace}} = 4,18 < \lambda_{\max 90}$, гіпотеза $H_1 : r = 1$ приймається. Тобто результати тестів вказують на наявність одного коінтегруючого вектора, а отримана модель, обчислена за допомогою пакета CATS, виглядає так: $PFTS = 0,413 \cdot RTS - 7,104$. У поданих нижче моделях вказуються лише значення статистик (1) та зроблений на їхній основі висновок.

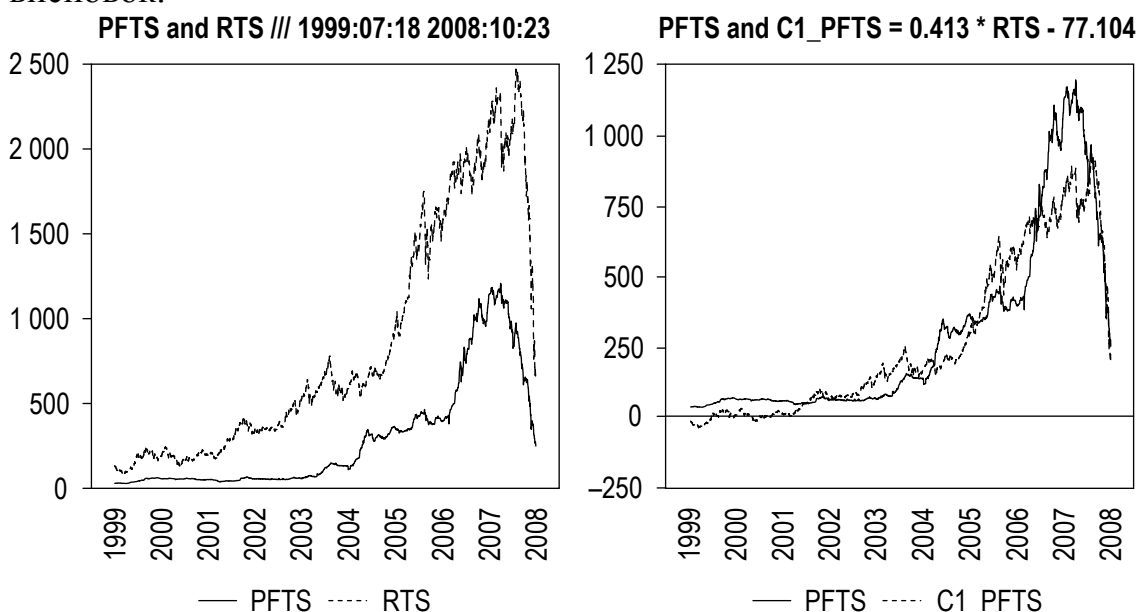


Рис. 1. Динаміка індексів фондового ринку

2. Показники SMI та SPI

Період: 1996:01:20–2008:03:28. Результати тестів вказують на відсутність коінтегруючого вектора:

λ_{\max}	λ_{trace}		$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
6,96	10,04	$r = 0$	10,29	17,79
3,08	3,08	$r = 1$	7,50	7,50

Період: 2003:01:07–2008:03:28. Результати тестів вказують на наявність одного коінтегруючого вектора:

λ_{\max}	λ_{trace}		$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
27,68	31,28	$r = 0$	10,29	17,79
3,60	3,60	$r = 1$	7,50	7,50

Модель: $SMI = 1,098 \cdot SPI + 984,748$.

3. Показники UBSN та CSGN

Період: 2000:01:07–2008:03:28. Результати тестів вказують на відсутність коінтегруючого вектора:

λ_{\max}	λ_{trace}		$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
4,57	6,75	$r = 0$	10,29	17,79
2,18	2,18	$r = 1$	7,50	7,50

Період: 2007:01:07–2006:03:28. Результати тестів вказують на наявність одного коінтегруючого вектора:

λ_{\max}	λ_{trace}		$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
15,94	19,29	$r = 0$	10,29	17,79
3,33	3,33	$r = 1$	7,50	7,50

Модель: $CSGN = 0,841 \cdot UBSN + 28,426$.

4. Показники Jbaer та VTobN

Період: 2005:07:01–2007:07:01.

Коментар: з графічного представлення рядів стає очевидною необхідність введення трендової складової T . На жаль, наявна версія програми CATS не дозволяла безпосередньо врахувати цю складову. Тому спочатку було проведено перетворення змінної $VTobN$:

$$VTobN_1 = VTobN + (T - 1274) \cdot 0,0186 - 7,03.$$

Результати тестів вказують на наявність одного коінтегруючого вектора для пари $Jbaer$ – $VTobN_1$:

λ_{\max}	λ_{trace}	$H_0: r$	$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
15,65	22,88	$r = 0$	10,29	17,79
7,23	7,23	$r = 1$	7,50	7,50

Модель: $JBaer = 1,140 \cdot VTobN_1 - 7,687$.

5. Показники MSCI та Nasdaq

Період: 2003:07:01–2008:07:18. Результати тестів вказують на наявність одного коінтегруючого вектора:

λ_{\max}	λ_{trace}		$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
22,18	26,11	$r = 0$	10,29	17,79
3,93	3,93	$r = 1$	7,50	7,50

Модель: $MSCI = 1,325 \cdot NASDAQ - 2112,462$.

6. Показники *EMBI* та *Nasdaq*

Період: 2003:07:01–2008:07:18. Результати тестів вказують на наявність одного коінтегруючого вектора:

λ_{\max}	λ_{trace}		$\lambda_{\max 90}$	$\lambda_{\text{trace}90}$
15,66	22,57	$r = 0$	10,29	17,79
6,90	6,90	$r = 1$	7,50	7,50

Модель: $EMBI = 0,331 \cdot NASDAQ - 422,243$.

Висновки. Як видно з наведених результатів, коінтегрування є досить точним та чутливим інструментом. Навіть у випадку дуже схожих за поведінкою даних коінтеграційної залежності воно не може не існувати. Але якщо таку залежність вдається виявити, цю інформацію варто використовувати для побудови ринкових стратегій. За допомогою коінтеграційної моделі можна не тільки підтвердити факт наявності залежності між окремими показниками, але й кількісно оцінити масштаб впливу можливих зовнішніх чинників.

Слід підкреслити, що стратегії інвестування, засновані лише на змінюваності та кореляції доходів, не можуть гарантовано працювати у довгостроковій перспективі. Тут не існує механізмів, що дозволяють сподіватися на будь-які гарантії, і ніщо не завадить появі непередбачуваних змін типу випадкового блукання.

Оскільки однієї тільки високої кореляції недостатньо для забезпечення, наприклад, довгострокового хеджування, існує необхідність розширити стандартні методи моделювання залежностей ризику від дохідності таким чином, щоб урахувати загальні довгострокові тенденції зміни цін. А це й забезпечує коінтегрування.

Таким чином, коінтегрування є потужним засобом дослідження спільних трендів багатомірних динамічних рядів і надає чітку методологію моделювання як довгострокової, так і короткострокової динаміки системи. Розроблені моделі дозволяють встановити ринки щодо змін, до яких більш чутлива українська економіка. Це дозволяє локалізувати зовнішні чинники негативного впливу та враховувати їх при розробці стратегії антикризових заходів.

Список літератури

1. Alexander, C. Optimal Hedging Using Cointegration // Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1999. – Vol. 357. – № 1758, Mathematics of Finance. – P. 2039–2058.
2. Brenner, R. J., Kroner, K. F. Arbitrage, cointegration, and testing the unbiasedness hypothesis in financial markets // J. Financial Quantitative Analysis, 1995. – 30. – P. 23–42.

3. Doan T. A. RATS Software Package, User's Manual, Version 4.0. Estima, Evanston, Illinois (1992).
4. Dufrenot, G., Mignon, V. Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Application to Macroeconomics and Finance. – Boston / Dordrecht / London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 299 p.
5. Emmenegger, J.-F., Bardadym, T. Cointegration Analysis as a Tool to Measure the Purchasing Power of Ukrainian Mean Total Wages // Int. J. Appl. Math., 2007. – Vol. 34. – №. 1. – P. 87–116.
6. Emmenegger, J.-F., Bardadym, T. Linear Equilibrium Relations Between Ukrainian Mean Wages and Basic Food Prices in the Decade 1992–2001 // WSEAS Trans. on Math., 2004. – Issue 3. – Vol. 3. – P. 647–654.
7. Engle, R. E., Granger, C.W. J. Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing // Econometrica, 1987. – 55. – P. 251–276.
8. Granger, C.W. J., Newbold, P. Spurious Regressions in Econometrics // Journal of Econometrics, 2, North-Holland Publishing Company, 1974. – P. 11–120.
9. Johansen, S., Juselius, K. Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Application to the Demand for Money // Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 1990. – 52. – P. 169–209.
10. Nelson Ch. R., Plosser, Ch. I. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications // Journal of Monetary Economics, 1982. – 10. – P. 139–162.
11. Nieuwland, F. G. M., Verschoor, W., Willen F.C., Wolff C.C.P. Stochastic trends and jumps in EMS exchange rates // J. Int. Money Finance, 1994. – 13. – P. 669–727.

Summary

The possibilities of cointegration models implementation as a tool to develop market strategies and some peculiarities of studying dependencies between nonstationary time series are considered. Cointegration models for pairwise comparison of known financial indices and stock prices of some Swiss banks are built.

Отримано 19.02.2009